

## Олимпиада по математике 10 класс

6.03.2004

### Задание №1

Решите уравнение  $|x + 1| \cdot |x - 2| = |x + 3| \cdot |x - 4|$ .

### Задание №2

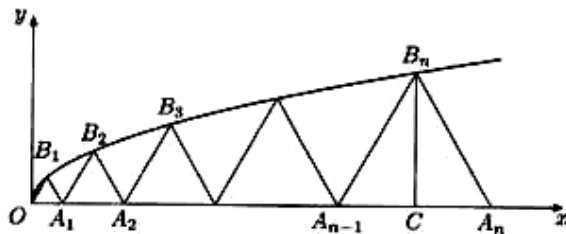
В треугольнике  $ABC$  середины сторон  $AC$  и  $BC$ , вершина  $C$  и точка пересечения медиан лежат на одной окружности. Найдите длину стороны  $AB$ , если длина медианы треугольника  $ABC$ , проведенной из вершины  $C$ , равна  $m$ .

### Задание №3

Десятичная запись числа  $n^2 + 2n$ , где  $n$  — натуральное, оканчивается цифрой 4. Какая цифра стоит перед ней?

### Задание №4

В декартовой системе координат на плоскости построен график функции  $y = \sqrt{x}$ . Затем построены равносторонние треугольники  $OB_1A_1$ ,  $A_1B_2A_2$ , ...,  $A_{n-1}B_nA_n$ , так что точки  $A_1, A_2, \dots, A_n$  лежат на луче  $Ox$ , а точки  $B_1, B_2, \dots, B_n$  лежат на графике (см. рис.). Известно, что длина высоты последнего треугольника равна  $m$ . Найдите сумму длин высот всех треугольников.



### Задание №5

Докажите, что если  $x$  и  $y$  — неотрицательные числа, сумма которых равна 2, то выполняется неравенство  $x^2x^2y^2y^2(x^2x + y^2y) \leq 2$ .

### Задание №6

Каждая точка пространства окрашена в один из пяти цветов, причем все цвета встречаются. Докажите, что существует плоскость, которая содержит точки по крайней мере четырех цветов.

### Задание №7

На шахматную доску в произвольном порядке уложены 32 доминошки так, что каждая накрывает ровно две клетки. К доске добавлена пустая клетка рядом с угловой. Разрешается вынуть любую доминошку, а затем уложить ее обратно на две соседние пустые клетки. Докажите, что можно добиться того, чтобы все доминошки легли горизонтально.