

## 12 класс

1. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} x^2 + 4 \sin^2 y - 4 = 0 \\ \cos x - 2 \cos^2 y - 1 = 0 \end{cases}$$

2. В треугольнике  $ABC$   $BC = a$ ,  $AC = b$  и угол  $ACB$  в два раза больше угла  $BAC$ . Найдите длину  $AB$ .

3. На клетчатой бумаге по линиям сетки нарисован квадрат  $ABCD$  со стороной 100 клеток. Рассматриваются ломаные длины 200 с концами в точках  $A$  и  $C$ . Какое наименьшее количество таких ломаных надо провести, чтобы через каждый узел сетки внутри и на границе этого квадрата проходила хотя бы одна ломаная?

4. Известно, что  $f$ ,  $g$  и  $h$  – квадратные трехчлены с положительными старшими коэффициентами. Докажите, что если каждые два из них имеют общий корень, то трехчлен  $f + g + h$  имеет корень.

5. В тетраэдре  $PABC$  высота, опущенная из вершины  $P$ , проходит через ортоцентр треугольника  $ABC$ . Найдите отношение площадей граней  $PAB$  и  $PAC$ , если  $PC = 6 - \sqrt{2}$ ;  $PB = 6 + \sqrt{2}$ ;  $BC = 2\sqrt{19}$ .

6. Докажите, что переставив цифры в натуральном числе, являющемся целой степенью двойки (большей, чем третья) нельзя получить число, также являющееся целой степенью двойки.