

## Олимпиада по математике 9 класс

6.03.2004

### Задание №1

Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты  $(x, y)$  которых удовлетворяют уравнению  $\frac{x^2+x}{y^2+y} = 1$ .

### Задание №2

Если первый автомобиль сделает 4 рейса, а второй - 3 рейса, то 21 тонну груза они вместе перевезти не смогут. Если же первый сделает 7 рейсов, а второй — 4 рейса, то они смогут перевезти более 33 тонн груза. Какой из автомобилей имеет большую грузоподъемность?

### Задание №3

В треугольнике  $ABC$   $BC = a$ ,  $AC = b$ . Через центр окружности, вписанной в этот треугольник, проведена прямая, параллельная  $AB$ , которая пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  треугольника в точках  $M$  и  $N$ . Найдите периметр треугольника  $CMN$ .

### Задание №4

На экране компьютера двигаются синие и красные точки. При столкновении двух точек эта пара исчезает, но появляются: вместо двух красных точек - одна синяя, вместо двух синих - четыре красных, а в место одной красной и одной синей - три красных. Изначально на экране было 25 синих и 81 красная точка, а в конце оказалось всего 100 точек. Сколько среди них синих?

### Задание №5

В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) угол  $A = 90^\circ$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$  такая, что  $AM : MB = AD : BC$ . Точка  $P$  - основание перпендикуляра, опущенного из  $M$  на прямую  $CD$ . Докажите, что  $PM$  - биссектриса угла  $APB$ .

### Задание №6

На каждой грани куба записали натуральное число, а в каждой вершине — произведение трех чисел, записанных на гранях, содержащих эту вершину. Сумма всех чисел, записанных в вершинах куба, оказалась равной 30. Чему равна сумма всех чисел, записанных на гранях?

### Задание №7

На шахматную доску в произвольном порядке уложены 32 доминошки так, что каждая накрывает ровно две клетки. К доске добавлена пустая клетка рядом с угловой. Разрешается вынуть любую доминошку, а затем уложить ее обратно на две соседние пустые клетки. Докажите, что можно добиться того, чтобы все доминошки легли горизонтально.