

IV Республиканский многопредметный Турнир МОЛОДЫХ соотечественников

6 мая 2012 г.

г. Кишинёв

Математика

M1. Найти значения переменной x такие, что числа $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$, $\frac{x^2 + 3x - 1}{3}$, $x - 1$, взятые в указанном порядке, образуют арифметическую прогрессию.

M2. Производительность первого станка на 25% больше производительности второго станка. На втором станке выточено деталей на 4% больше, чем на первом. На сколько процентов время работы второго станка больше времени работы первого станка?

M3. Найти целые значения x и y , удовлетворяющие системе уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + xy + 2y^2 = 8 \\ x^2 + 6x + y^2 = 4y - 12 \end{cases}$$

M4. В параллелограмме $ABCD$ сторона AD равна 10. Биссектриса угла A пересекает прямую CD в точке M так, что $CM = 6$. Найти периметр параллелограмма.

M5. Ученик должен был перемножить два трёхзначных числа и разделить их произведение на пятизначное число. Однако он не заметил знака умножения и принял два записанных рядом трёхзначных числа за одно шестизначное число. Поэтому полученное частное (натуральное) оказалось в три раза больше истинного. Найти эти трёхзначные числа.

MC1. Решите уравнение $2|\sin x| + \log_{\lg x} \left(-\frac{|\cos x|}{\sin x} \right) = 0$.

MC2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны 1, точки F и E – середины рёбер соответственно SB и SC . Найти угол между прямыми AE и BF .

MC3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \leq 2 \\ \log_{x-3}^4 (x^2 - 17) + \log_{x^2-17}^2 (x-3) - \log_{5x} 25 > 79 \end{cases}$$

MC4. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O и делятся в этой точке в отношении 1:3. Найти площадь трапеции, если площадь треугольника AOD равна 9.

MC5. При каких значениях параметра a уравнение имеет единственное решение:

$$x - 2 = \sqrt{-2(a+2)x + 2}$$