Ф1. Определите массу Юпитера, если средняя плотность Юпитера $1,25\cdot10^3 кг/м^3$. Ускорение свободного падения на поверхности Юпитера $24,9 м/с^2$, а гравитационная постоянная $\gamma = 6,67\cdot10^{-11}\dfrac{Н\cdot м^2}{кг^2}$.

Решение:

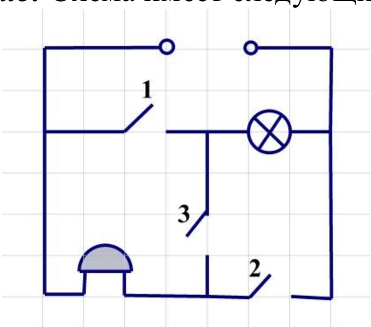
По закону всемирного тяготения: $g = \dfrac{\gamma m}{R^2} = \dfrac{4}{3}\pi\rho R\gamma$, откуда $R = \dfrac{3g}{4\pi\gamma\rho}$.

Следовательно, $m = \dfrac{4}{3}\pi R^3\rho = \left(\dfrac{3}{4\pi\rho}\right)^2\left(\dfrac{g}{\gamma}\right)^3 \approx 1,90\cdot10^{27} кг$

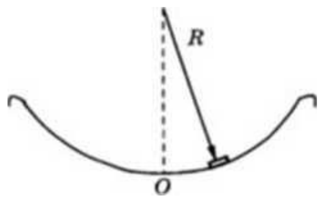
Ответ: $1,90\cdot10^{27} кг$

Ф2. Начертите схему электрической цепи, состоящей из источника тока, электрической лампы, звонка и трёх рубильников, причём если включить один рубильник, то горит только лампа, если второй – работает только звонок, третий – одновременно загорается лампа и звенит звонок (в последнем случае лампа горит неполным накалом)

Решение: Схема имеет следующий вид



Ф3. На планете Роси местный школьник решил определить ускорение свободного падения g . Он взял чашу со сферическим очень скользким дном радиуса кривизны R и положил неподалеку от нижней точки O дна маленькую монету (см. рисунок). Монета стала совершать колебания около точки O с циклической частотой 4 $с^{-1}$. Согласно расчетам школьника на планете Роси g =8 м/с^2. Определите значение R.



Решение:

С точки зрения механики движение монеты в чаше аналогично движению груза математического маятника при его колебаниях: траектория движения обоих тел – дуга окружности, и оба они движутся под действием силы тяжести и силы, перпендикулярной траектории в каждой ее точке. Различие лишь в том, что у математического маятника радиус траектории равен длине L нити и сила, перпендикулярная траектории, является силой упругости нити, а в опыте школьника радиус траектории монеты определяется радиусом R кривизны внутренней поверхности чаши, а вместо силы упругости нити выступает сила упругости чаши. Следовательно, можно воспользоваться формулой частоты гармонических колебаний математического маятника, заменив в ней L на R:

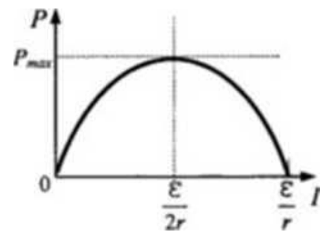
$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$. Отсюда $R = \dfrac{g}{\omega^2} = \dfrac{8}{16} = 0.5$ (м)

Ответ: $R = 0.5$ м.

Ф4 *(ЕГЭ-С1)***.** Определите массу груза, который нужно сбросить с аэростата массой 1100 кг, движущегося равномерно вниз, чтобы аэростат стал двигаться с такой же по модулю скоростью вверх. Архимедова сила, действующая на аэростат, равна 10^4 Н. Силу сопротивления воздуха при подъеме и спуске считайте одинаковой.

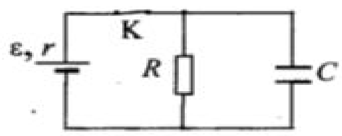
Решение:
Условие равновесия в случае равномерного движения шара массой *m:* $\bar{F}_A + m\bar{g} + \bar{F}_{сопр} = 0$.
В проекциях на вертикаль отсюда получаем
при движении вниз: $F_A - mg + F_{сопр} = 0$
при движении вверх после сброса груза Δm: $F_A - (m - \Delta m)g - F_{сопр} = 0$
Сложив эти два уравнения, получим: $2F_A = (2m - \Delta m)g$.
Отсюда следует значение массы сброшенного груза: $\Delta m = 2\left(m - \dfrac{F_A}{g}\right)$.
Ответ: $\Delta m = 200$ кг.

Ф5 *(ЕГЭ-С3)***.** Электрическая цепь состоит из источника тока и реостата. ЭДС источника $\varepsilon = 6B$, его внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом. Сопротивление реостата можно изменять в пределах от 1 до 5 Ом. Чему равна максимальная мощность тока, выделяемая на реостате?



Решение (рисунок не обязателен):
Мощность, выделяемая на реостате: $P = IU = I(\varepsilon - Ir)$.
Корни уравнения $I(\varepsilon - Ir) = 0$: $I_1 = 0$, $I_2 = \dfrac{\varepsilon}{r}$.
Поэтому максимум функции $P(I)$ достигается при $I = \dfrac{\varepsilon}{2r}$ и равен
$P_{\max} = \dfrac{\varepsilon^2}{4r}$ = 4,5 Вт.
Ответ: $P_{\max} =$ 4,5 Вт.

Ф6 (ЕГЭ-С4). В электрической схеме, показанной на рисунке, ключ К замкнут. Заряд конденсатора q = 2 мкКл, ЭДС батарейки $\mathcal{E}$ = 24 В, ее внутреннее сопротивление r = 5 Ом, сопротивление резистора R = 25 Ом. Найдите количество теплоты, которое выделяется на резисторе после размыкания ключа К в результате разряда конденсатора. Потерями на излучение пренебречь.



Решение:
Количество теплоты, выделяющееся на резисторе после размыкания ключа:
$$Q = W_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}.$$
Напряжение на конденсаторе равно падению напряжения на резисторе. С учетом закона Ома для полной цепи, $U - IR = \mathcal{E}R/(r+R)$.
Комбинируя эти формулы, находим: $Q = \dfrac{q\mathcal{E}R}{2(R+r)}$ = 20 мкДж.

Ответ: 20 мкДж

Ф7 (ЕГЭ-С5). В цилиндре, закрытом подвижным поршнем, находится газ, который может просачиваться сквозь зазор вокруг поршня. В опыте по изотермическому сжатию газа его объем уменьшился вдвое, а давление газа упало в 3 раза. Во сколько раз изменилась внутренняя энергия газа в цилиндре? (Газ считать идеальным.)

Решение:
Внутренняя энергия идеального газа пропорциональна его температуре и числу молей газа: $E_{вн} \sim \nu T$. Запишем уравнение Клапейрона -Менделеева: $pV = \nu RT$ (p – давление газа, V – объем сосуда, R – универсальная газовая постоянная). Из него видно, что произведение νT пропорционально произведению pV . Значит, согласно условиям задачи внутренняя энергия газа (как и произведение pV) уменьшилась в 6 раз.
Ответ: Внутренняя энергия газа уменьшилась в 6 раз.

Ф8 (ЕГЭ-С6). В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы тока в катушке индуктивности I_m = 10 мА, а амплитуда напряжения на конденсаторе U_m = 4,0 В.
В момент времени t напряжение на конденсаторе равно 3,2 В. Найдите силу тока в катушке в этот момент.

Решение:
В идеальном контуре сохраняется энергия колебаний:

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \quad \text{или} \quad \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} .$$

Из этих равенств следует: $I^2 = I_m^2 - \frac{C}{L}U^2$ и $\frac{C}{L} = \frac{I_m^2}{U_m^2}$.

В результате получаем: $I = I_m\sqrt{1-\frac{U^2}{U_m^2}}$

Ответ: I = 6 мА.