

Конкурс по математике

М1. Поряд без пробелов выписали все четные числа от 12 до 34. Делится ли получившееся число на 24?

М2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точки E , F и G – середины сторон AB , BC и AD соответственно, причем, $GE \perp AB$, $GF \perp BC$. Найдите угол ACD .

М3. Про квадратный трехчлен $g(x) = ax^2 - ax + 1$ известно, что $|g(x)| \leq 1$ при $0 \leq x \leq 1$. Найдите наибольшее возможное значение a .

М4. Функция $f(x)$ при всех действительных x удовлетворяет уравнению $2f(x) + f(x^2 - 1) = 1$. Какие значения может принимать $f(-\sqrt{2})$?

2010

М5. Найдите несократимую дробь $\frac{p}{q}$ такую, что $\frac{p}{q} = \frac{1234567888\dots87654321}{12345678999\dots987654321}$.

2009

МС1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\cos y} \sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x} \sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}$$

МС2. В кубе $ABCD_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1 .

МС3. Решите неравенство $7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1$.

МС4. Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

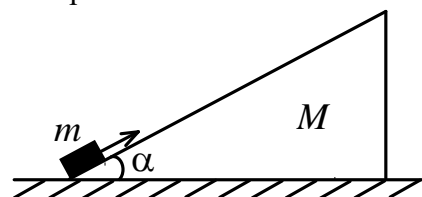
МС5. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{y}{x}$, если известно, что $x^2 - 10x + y^2 - 2y + 1 = 0$.

Конкурс по физике

Ф1. Спортсмены бегут колонной длиной 70 м со скоростью 20 км/ч. Навстречу бежит тренер со скоростью 15 км/ч. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать назад с той же скоростью 20 км/ч. Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

Ф2. При каком значении коэффициента трения клин, заколоченный в бревно, не выскочит из него? Угол при вершине клина α .

Ф3. На гладком горизонтальном столе стоит гладкий клин с углом при основании $\alpha = 45^\circ$. На него положили шайбу и толкнули ее вверх вдоль наклонной плоскости клина со скоростью $u = 1 \text{ м/с}$ относительно стола (см. рисунок). Когда шайба остановилась относительно клина, оказалось, что скорость клина равна $v = 0,1 \text{ м/с}$. Чему равно отношение M / m масс клина и шайбы?

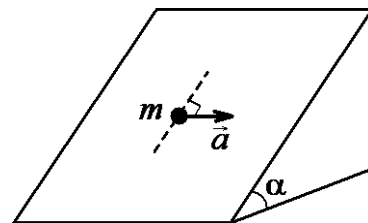


Ф4. Плоский конденсатор, в который вставлена диэлектрическая пластина с диэлектрической проницаемостью ε , заряжен до напряжения U и отсоединен от источника. В некоторый момент пластину начинают выдвигать из конденсатора. Как изменяются в ходе этого процесса (увеличиваются, уменьшаются, не изменяются) следующие физические величины: а) ёмкость конденсатора; б) напряженность электрического поля в конденсаторе; в) энергия электрического поля, запасенная в конденсаторе?

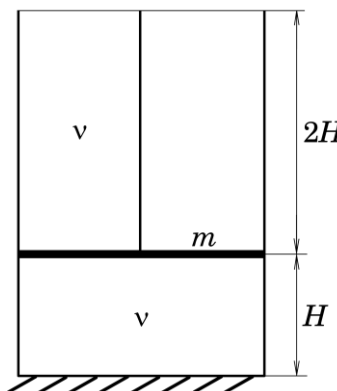
Ф5. Свисток, издающий звук с частотой ν , установлен на некотором расстоянии от стены, хорошо отражающей звук. Наблюдатель, медленно идущий по направлению к свистку от стены, перпендикулярно к ней, фиксирует следующие физические величины: а) частоту звука; б) амплитуду звуковых колебаний; в) скорость звука. Как изменяются эти величины?

ФС1. Катод фотоэлемента сначала освещали монохроматическим светом с частотой $\nu_1 = 6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$, а затем светом с частотой $\nu_2 = 9 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$. Работа выхода электронов из катода равна $A = 1,6 \text{ эВ}$. Во сколько раз изменилась при этом максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов?

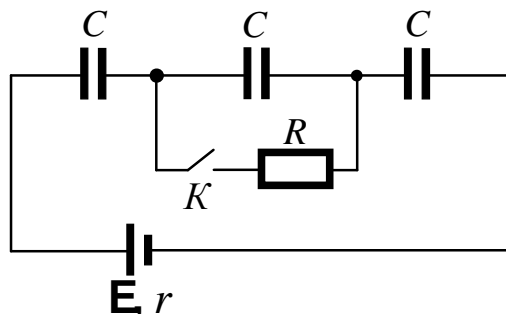
ФС2. Тело массой $m = 1 \text{ кг}$ удерживали на гладкой закрепленной плоскости, наклоненной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Какую по модулю силу F , параллельную плоскости, надо приложить к телу, чтобы оно двигалось с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$, направленным горизонтально, поперек наклонной плоскости?



ФС3. Внутри закрытого вертикального цилиндрического сосуда с теплопроводящими стенками находится тонкий тяжелый горизонтальный поршень, который может двигаться без трения. Поршень подвешен на легкой вертикальной нерастяжимой нити, прикрепленной к центру верхней крышки сосуда. Расстояние между дном сосуда и поршнем составляет $H = 50 \text{ см}$, а между поршнем и крышкой сосуда – вдвое больше. В сосуде под поршнем и над поршнем находятся при одинаковой температуре равные количества идеального одноатомного газа. При этом сила натяжения нити равна $F = 10 \text{ Н}$. Сосуд с газом медленно нагревают. Какое количество теплоты нужно сообщить всему газу в сосуде для того, чтобы поршень начал подниматься вверх?



ФС4. Три одинаковых изначально не заряженных конденсатора емкостью $C = 0,1 \text{ мкФ}$ каждый соединили в электрическую цепь, схема которой показана на рисунке. Какое количество теплоты выделится в цепи после замыкания ключа K ? ЭДС батареи $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$.



ФС5. Луч света падает на плоский экран под углом $\alpha = 45^\circ$ и создает на экране светлую точку. Перед экраном на пути луча помещают плоскую стеклянную пластинку, грани которой параллельны экрану. Толщина пластинки $d = 4 \text{ см}$, показатель преломления стекла $n = \sqrt{2,5} \approx 1,58$. Луч проходит через обе грани пластинки. На какое расстояние сместится на экране светлая точка?