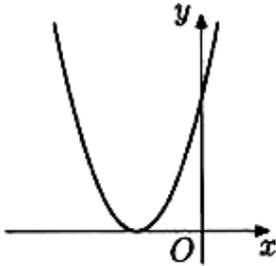


Олимпиада по математике 11 класс

6.03.2004

Задание №1

Дан график функции $y = x^2 + ax + a$ (см. рис.). Найдите значение a .



Задание №2

Можно ли задать направление на каждом ребре тетраэдра так, чтобы сумма получившихся векторов оказалась равна нулевому вектору?

Задание №3

Сколько отрицательных чисел среди первых 100 членов последовательности: $\cos 1^\circ$, $\cos 10^\circ$, $\cos 100^\circ$, $\cos 1000^\circ$, ... ?

Задание №4

В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD биссектриса угла D перпендикулярна стороне AB и пересекает ее в точке M . В каком отношении DM делит площадь трапеции, если длина отрезка AM в 2 раза больше длины отрезка MB ?

Задание №5

Известно, что a — корень уравнения $x^3 + 1 = 2004x$. Найдите один из корней уравнения $x^3 - 1 = 2004x^2$.

Задание №6

Программист Федя играет с компьютером в следующую игру. В начале игры на экране компьютера появляется число 123. Каждую минуту компьютер увеличивает число на экране на 102. Феде разрешается в любой момент времени переставлять цифры у числа на экране так, чтобы число оставалось трехзначным. Если на экране появится четырехзначное число, то компьютер выигрывает. Может ли Федя играть так, чтобы не проиграть?

Задание №7

Перед экстрасенсом кладут колоду из 36 карт рубашкой вверх. Он называет масть верхней карты, затем карту открывают, показывают ему и откладывают в сторону. После этого экстрасенс называет масть следующей карты, и т. д. На деле рубашки карт несимметричны, и жулик - экстрасенс видит, в каком из двух положений лежит верхняя карта. Колода подготовлена подкупленным служащим. Служащий знает порядок карт в колоде, и хотя изменить его не может, зато может подсказать, располагая рубашки так или иначе, согласно договоренности. Можно ли с помощью такой подсказки гарантированно обеспечить угадывание масти

- а) у 19 карт?
- б) не менее; чем у 23 карт?