

Московский Центр Непрерывного Математического Образования  
Русский Интеллектуальный Центр

Олимпиада

11-12 класс

17.10.04

1. При каких значениях параметра  $a$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 - ax + a + 1 = 0$  минимальна?
2. Можно ли целые числа от 1 до 2004 расставить в таком порядке, чтобы сумма любых 10-ти подряд идущих чисел делилась на 10?
3. В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC = 6$ ,  $AB = 5$ . Медиана  $BM$  пересекает биссектрису  $AP$  в точке  $O$ . Найти отношение площади треугольника  $BPO$  к площади треугольника  $AOM$ .
4. В ящике лежат 100 шариков белого, синего и красного цветов. Если, не заглядывая в ящик, вытащить 26 шариков, то среди них обязательно найдутся 10 шариков одинакового цвета. Какое наименьшее число шариков нужно вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка нашлись 30 шариков одинакового цвета?
5. Три окружности проходят через точку  $X$ .  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – точки их пересечения, отличные от  $X$ .  $A'$  – вторая точка пересечения прямой  $AX$  и окружности, описанной около треугольника  $BCX$ . Точки  $B'$  и  $C'$  определяются аналогично. Докажите, что треугольники  $ABC'$ ,  $AB'C$  и  $A'BC$  подобны.
6. Назовём числа «*приблизительно равными*», если их разность не больше 1. Сколько существует различных способов представить число 2004 в виде суммы целых положительных «*приблизительно равных*» слагаемых? (Слагаемых может быть два или несколько. Способы разбиения, отличающиеся только порядком слагаемых, считаются одинаковыми.)