

Московский Центр Непрерывного Математического Образования
Русский Интеллектуальный Центр

Олимпиада

11-12 класс

17.10.04

1. При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 - ax + a + 1 = 0$ минимальна?
2. Можно ли целые числа от 1 до 2004 расставить в таком порядке, чтобы сумма любых 10-ти подряд идущих чисел делилась на 10?
3. В треугольнике ABC сторона $AC = 6$, $AB = 5$. Медиана BM пересекает биссектрису AP в точке O . Найти отношение площади треугольника BPO к площади треугольника AOM .
4. В ящике лежат 100 шариков белого, синего и красного цветов. Если, не заглядывая в ящик, вытащить 26 шариков, то среди них обязательно найдутся 10 шариков одинакового цвета. Какое наименьшее число шариков нужно вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка нашлись 30 шариков одинакового цвета?
5. Три окружности проходят через точку X . A , B , C – точки их пересечения, отличные от X . A' – вторая точка пересечения прямой AX и окружности, описанной около треугольника BCX . Точки B' и C' определяются аналогично. Докажите, что треугольники ABC' , $AB'C$ и $A'BC$ подобны.
6. Назовём числа «*приблизительно равными*», если их разность не больше 1. Сколько существует различных способов представить число 2004 в виде суммы целых положительных «*приблизительно равных*» слагаемых? (Слагаемых может быть два или несколько. Способы разбиения, отличающиеся только порядком слагаемых, считаются одинаковыми.)